



**BANQUE POPULAIRE
AQUITAINE
CENTRE ATLANTIQUE**

www.bpaca.banquepopulaire.fr

TOURNOI MATHEMATIQUE DU LIMOUSIN

IREM, 123 avenue Albert Thomas
87060 Limoges CEDEX

Le plaisir de chercher



2015

Mardi 20 janvier
TOURNOI dans les classes de lycée

Samedi 18 avril
REMISE DES PRIX
sous la présidence de Monsieur le Recteur

Le Tournoi Mathématique du Limousin a été créé par:

- la Régionale de Limoges de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public ;
- le Département de mathématiques de la Faculté des Sciences de Limoges ;
- l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Limoges ;
- l'Inspection Pédagogique Régionale de mathématiques de Limoges.

Quelques recommandations:

Vous travaillez à plusieurs dans une même salle, pensez à respecter le travail des autres.

Vous pouvez parler avec votre équipier, mais ... sans faire de bruit.

Pensez qu'**il faut justifier** vos réponses.

Les calculatrices sont autorisées.

Chaque équipe remet une seule copie. Ecrivez en majuscules vos noms et prénoms en tête de la copie, ainsi que votre classe, votre section et le nom de votre établissement.

Pour chacun des textes composant le sujet, vous ne devez pas hésiter à proposer

- éventuellement plusieurs démonstrations,
- des solutions partielles, des prolongements,
- de nouvelles questions, même si vous n'y répondez pas ...

Bref, place à votre imagination créatrice, aux idées même insolites et au plaisir de chercher.

Avoir le comportement du chercheur c'est :

essayer, expérimenter, conjecturer, induire, déduire, relier, trouver, douter, critiquer, généraliser, modéliser, conceptualiser, schématiser, formaliser ...

Bonne chance à vous tous, Chevaliers du Tournoi !

Le corrigé du Tournoi Mathématique du Limousin sera disponible dès la fin des épreuves sur le site de l'IREM de Limoges : www.unilim.fr/irem/

Chassez l'intrus

(uniquement pour les secondes)

Arthur choisit un entier n puis il calcule la somme de tous les entiers de 1 à n : $1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n$. Malheureusement il est distrait et il a ajouté deux fois l'un des entiers.

Sachant qu'il n'a pas fait d'autre erreur et qu'il obtient comme total 2015, que valait n et quel est le nombre qu'il a ajouté deux fois ?

On admet que $1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n = \frac{n(n+1)}{2}$ (bonus pour la démonstration de la formule).

Des rectangles avec des tiges

(uniquement pour les premières et terminales)

On dispose de n tiges métalliques de longueurs 1, 2, 3, ..., n cm et on cherche à former un rectangle en mettant bout à bout ces n tiges.

Quelles sont les deux plus petites valeurs de n permettant de former un rectangle non aplati avec les n tiges ?

Combien peut-on former de rectangles non superposables pour ces deux valeurs de n ?

Pour quels entiers n peut-on former un rectangle non aplati avec les n tiges ?

Pour quels entiers n peut-on former un carré avec les n tiges ?

Toujours par 17

(pour tous)

On dispose de 2015 jetons qui sont blancs d'un côté et noirs de l'autre. Au départ tous les jetons sont posés sur une table, le côté noir étant visible. Une étape consiste à choisir 17 jetons puis à les retourner.

Combien faut-il d'étapes au minimum pour que tous les jetons montrent leur face blanche ?

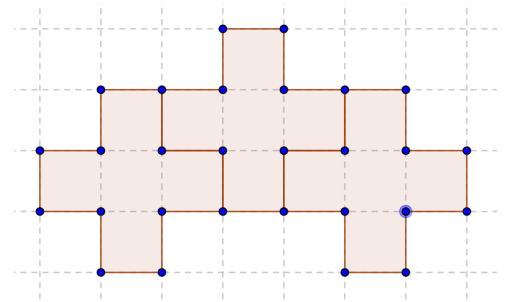
Même question en partant de 2016 jetons (en retournant à chaque étape 17 jetons).

Généralisez à un nombre n de jetons, $n > 17$ (en retournant à chaque étape 17 jetons).

Avec des croix

(pour tous)

On dispose de 2015 croix identiques constituées de 5 carrés de côtés de longueur 1 cm. On assemble ces croix, pour former un polygone, de façon que deux croix en contact se touchent par 3 côtés. Par exemple avec trois croix on peut former ce polygone :



Quel est le plus grand périmètre que l'on peut obtenir pour un polygone formé de cette façon avec les 2015 croix ?

Quel est le plus petit périmètre que l'on peut obtenir pour un polygone formé de cette façon avec les 2015 croix ?

Schéma de déverrouillage

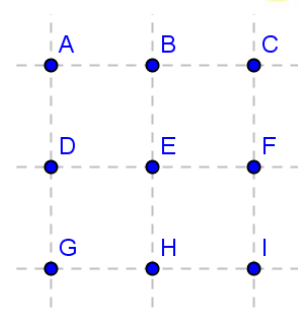
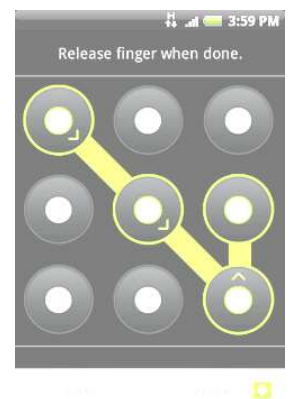
(pour tous)

Neuf points A, B, C, D, E, F, G, H et I sont placés aux sommets de 4 carrés de côtés de longueur 1 cm. Une permutation des 9 points définit une ligne brisée joignant successivement les points dans l'ordre de la permutation (un segment de la ligne peut passer éventuellement par un des 9 points).

Par exemple pour la ligne définie par la permutation A-F-G-C-D-I-B-H-E, les segments [GC] et [BH] passent par E. Quelle est la longueur de cette ligne brisée ?

Quelle est la plus petite longueur pour une ligne brisée formée à partir d'une permutation des 9 points ?

Essayez de trouver la plus grande longueur pour une telle ligne brisée.



Avec le soutien :

- du Rectorat de l'Académie de Limoges,
- du Conseil Régional du Limousin,
- des Conseils Généraux des départements : Corrèze, Creuse et Haute-Vienne,
- de l'Université de Limoges,
- de la Faculté des Sciences et Techniques de Limoges,
- du Département de Mathématiques de la Faculté des Sciences de Limoges,
- de l'École Supérieure du Professorat et de l'Éducation de l'Académie de Limoges,
- de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public,
- du Comité International des Jeux Mathématiques,
- des Calculatrices CASIO et des Calculatrices Texas Instrument,
- de l'Association Limousine des Sports Aériens,
- de la Banque Populaire Aquitaine Centre Atlantique,
- de Récréasciences CCSTI,
- des Compagnons du Devoir et du Tour de France,
- du Centre Culturel de Rencontre de La Borie et de l'Ensemble Baroque de Limoges,
- des éditions Pole-Tangente,
- de la MAIF et de la MGEN,
- du Bowling Club Limousin et du Bowling de Brive,
- de la librairie Page et Plume de Limoges,
- du Laser Game Evolution de Limoges,
- des madeleines Bijou,
- de la Fédération des œuvres laïques de la Haute-Vienne,
- de Tarz en Arbre Limoges,
- des Kartings de Pageas et de Lubersac,

Tournoi Mathématique du Limousin 123, avenue Albert Thomas 87060 Limoges Cedex